

关于辐射的量子理论^①

热辐射的波长分布曲线同麦克斯韦的速度分布定律之间的形式上的类似是非常明显的,所以它不可能长期不被发现。事实上,W. 维恩(Wien)早在他推导出他的位移定律

$$\rho = \nu^3 f\left(\frac{\nu}{T}\right) \quad (1)$$

的重要理论著作中,根据这种类似性,就已得出了有深远意义的关于辐射公式的定义。如所周知,他在这方面发现了下列公式:

$$\rho = \alpha \nu^3 e^{-\frac{h\nu}{\kappa T}}, \quad (2)$$

这个公式对于大的 $\frac{\nu}{T}$ 值,作为极限定律,至今仍被认为是正确的(维恩辐射公式)。今天,我们知道,没有一种以古典力学和电动力学为根据的研究能够得到适用的辐射公式,而古典理论必然得出瑞利(Rayleigh)公式

① 这篇论文最初发表在1916年出版的《苏黎世物理学会会报》(*Mitteilung der physikalischen Gesellschaft Zürich*),18卷,47—62页;后又发表在莱比锡《物理学的期刊》(*Physikalische Zeitschrift*),18卷(1917年),121—128页。这里译自1917年的《物理学的期刊》。

此文总结了量子论的成就,并指出其基本弱点,对以后量子力学的建立有启发作用。文中第一次提出了受激辐射理论,这是六十年代蓬勃成长起来的激光技术的理论基础。——编译者

$$\rho = \frac{\kappa\alpha}{h} \nu^2 T. \quad (3)$$

只有当普朗克根据不连续的能量元素的假设,才在他的奠基性的研究中建立了他的辐射公式

$$\rho = \alpha \nu^3 \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}, \quad (4)$$

由此出发,量子论很快地发展起来了,而那个导出等式(2)的维恩的考虑,很自然地又被人们遗忘了。

不久以前,我应用维恩的最初的研究,^①根据量子论的基本假设,推导出普朗克的辐射公式,在那里,利用了麦克斯韦曲线和波长分布曲线的关系。这个推导引起了人们的注意,这不仅是由于它的简单性,而特别是在于它对于我们还是如此模糊不清的物质发射和吸收辐射的过程似乎作了一些阐明。在我作出了从量子论观点看来是容易理解的关于分子发射和吸收辐射的若干假说的同时,我指出,在温度平衡的情况下,具有按照量子论分布的状态的分子同普朗克辐射处于动态平衡;这样,利用普朗克公式(4)就得到了一种异常简单和一般的方法。它是从这样一个条件出发求得的,这个条件就是:量子论所要求的分子内能的状态分布,应当仅仅由辐射的发射和吸收来决定。

然而,如果关于辐射同物质的相互作用所作的假说是正确的,那么它们应当比分子内能的正确统计分布提供更多的东西。这就

^① A. 爱因斯坦,《德国物理学会会议录》(*Verh. d. deutschen physikal. Gesellschaft*),第 13/14 期,1916 年,318 页。在这里的研究中,重复了该论文所作的考虑。——原注

是说,在辐射的吸收和发射过程中还发生了对分子的冲量传递;这导致如下的结果:通过单纯的辐射同分子的相互作用,分子形成了确定的速度分布。显然,它必然同分子之间只有相互碰撞这种相互作用时的那种分子速度分布完全一样;也就是说,它必定同麦克斯韦分布相符合。必须要求,在温度为 T 的普朗克辐射场中的一个分子(每一个自由度)所具有的平均动能等于 $\frac{\kappa T}{2}$;这个要求必须得到满足,而不管所考查的分子的性质以及这些分子所吸收和发射的辐射频率是怎样的。在这篇论文中,我们要指出,这个广泛的要求实际上十分普遍地得到满足;从而我们关于发射和吸收的基元过程的简单假说获得了新的支持。

为了得到上述结果,应当对前面作为基础的仅仅同能量交换有关的假说作某些补充。发生了这样一个问题:当分子吸收或发射能量 ϵ 时,它是否受到冲击? 作为例子,让我们用古典电动力学的观点来考查自发辐射。当一个物体辐射出能量 ϵ , 如果整个辐射能量 ϵ 是朝着同一个方向发射的,那么这个物体就受到一个反冲(冲量) ϵ/c 。可是,如果自发辐射是一个空间上对称的过程,比如是一个球面波,那么,根本不可能有什么反冲。这种二中择一的情况,在辐射的量子论中也起着作用。如果一个分子,从一个在量子论看来是可能的状态转变到另一个状态,吸收了一个取辐射形态的能量 ϵ , 或者放出了一个取辐射形态的能量 ϵ , 那么,这种基元过程就会要么是部分地或者完全地空间上有方向的,要么也可能是空间上对称的(没有方向的)。看来,只有当我们把那些基元过程看作是完全有方向的过程,我们才能够得到一个贯彻一致的理论;

在这里包含了下面的讨论的基本结论。

§ 1. 量子论的基本假说 正则状态分布

根据量子论的观点,确定的一类分子,如果不考虑它的转动和平移运动,可以仅仅处于这样一系列互不连续的状态 $Z_1, Z_2, \dots, Z_n, \dots$, 这些状态的分子(内)能是 $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n, \dots$ 如果这类分子是属于温度为 T 的气体,那么,单位时间内出现状态 Z_n 的相应次数 W_n . 可由统计力学关于正则的状态分布的公式

$$W_n = p_n e^{-\frac{\epsilon_n}{\kappa T}} \quad (5)$$

得出。在这公式中, $\kappa = \frac{R}{N}$, 即著名的玻耳兹曼常数, P_n 是同 T 无关的关于分子和第 n 个量子态的特性常数,它可以表示为这个状态的统计“权重”。这个公式可以从玻耳兹曼原理或单用热力学方法推导出来。公式(5)是麦克斯韦速度分布定律的最广泛的概括性的表示。

量子论的最近的有原则意义的进展,是关于量子论的可能状态 Z_n 及其权重 p_n 的理论发现。至于这里的原则性研究,并不需要更详尽地确定量子状态。

§ 2. 关于通过辐射而发生的能量交换的假说

Z_n 和 Z_m 是气体分子的两个在量子论意义上可能的状态,它们的能量 ϵ_n 和 ϵ_m 满足不等式

$$\epsilon_m > \epsilon_n.$$

分子可以从状态 Z_n 跃迁到状态 Z_m , 同时吸收能量 $\epsilon_m - \epsilon_n$; 分子同样可以从状态 Z_m 跃迁到状态 Z_n , 同时放出辐射能量。分子在这种情况下吸收或放出的辐射具有同所考查的组合指数 (m, n) 有关的特性频率。

在支配这些跃迁的规律之外, 我们又引进一些假说, 只要把关于普朗克谐振子的古典理论的已知关系式变换为未知的量子论公式, 就能够得到这些假说。

a) 自发辐射。众所周知, 根据赫兹的理论, 一个振荡着的普朗克谐振子辐射的能量, 同它是否受外面场的激发无关。这对应于一个分子能够从状态 Z_m 跃迁到 Z_n , 发射出频率为 ν 的辐射能量 $\epsilon_m - \epsilon_n$, 而不用受到外界因素的激发。这种跃迁在时间间隔 dt 内发生的几率是

$$dW = A_m^n dt, \quad (A)$$

这里 A_m^n 表示关于所考察的组合指数的特性常数。

上述统计定律适合于这样一种放射性反应, 假设在这种反应的基元过程中仅仅发射 γ 射线。没有必要假设这种过程不需要时间; 只是这个时间比起分子处于 Z_1 等等状态的时间来, 必须小到可以忽略不计。

b) 受激辐射。如果在辐射场中有一普朗克谐振子, 由于辐射的电磁场对谐振子作了功, 从而改变了谐振子的能量; 这个功根据谐振子的相和振荡场的相之间的关系而表现为正或为负。与此相对应, 我们可以引进下列量子论假说。在具有频率 ν 的辐射密度 ρ 的作用下, 一个分子可以从状态 Z_n 跃迁到 Z_m , 在这过程中分子吸收能量 $\epsilon_m - \epsilon_n$, 根据几率定律,

$$dW = B_n^m \rho dt. \quad (B)$$

在辐射作用下,分子从状态 Z_m 跃迁到 Z_n 同样也是可能的,在这过程中,辐射能量 $\epsilon_m - \epsilon_n$ 被释放出来,根据几率定律,

$$dW = B_m^n \rho dt. \quad (B')$$

B_n^m 和 B_m^n 都是常数。这两种过程称为“激发辐射作用下的状态变化”。

现在要问,在所考查的状态变化过程中给予分子的是怎样一个冲量。我们从受激辐射过程开始。让一辐射束从一确定方向作用于一个普朗克谐振子,从而这个辐射束丧失了相应的能量。根据冲量公式,对应于能量转移,冲量也从辐射束转移到谐振子上去。于是,后者在辐射束的辐射方向上受到一个作用力。如果转移的能量是负的,那么,给予谐振子的作用力也是沿着相反方向。显然,在量子假说的情况下,其意义如下。如果由于辐射束照射的结果,由于激发辐射,发生了 $Z_n \rightarrow Z_m$ 的跃迁过程,那么在辐射束传播的方向上,传递给分子的冲量为 $\frac{\epsilon_m - \epsilon_n}{c}$ 。在受激辐射过程 $Z_m \rightarrow Z_n$ 的跃迁过程中,传递给分子的冲量的大小是一样的,但是方向相反。对于分子同时受到较多辐射束作用的情况,我们假设,整个能量 $\epsilon_m - \epsilon_n$ 是从这些辐射束中的一束中减去或者增加,因此,在这种情况下,传递给分子的冲量仍然是 $\frac{\epsilon_m - \epsilon_n}{c}$ 。

在由于自发辐射而产生的能量损失过程中,在普朗克谐振子的情况下,整个说来,没有冲量传递给谐振子,因为按照古典理论,自发辐射产生的是球面波。可是,前面已经指出,只有当我们假

设,自发辐射过程也是一个有方向的过程,我们才能够得到一个贯彻一致的量子理论。在自发辐射($Z_m \rightarrow Z_n$)的每一个基元过程中,分子都得到一个大小为 $\frac{\epsilon_m - \epsilon_n}{c}$ 的冲量。如果分子是各向同性的,那么我们应当认为所有自发辐射的方向都有同样的几率。如果分子不是各向同性的,我们也可以得到同样的结论,只要在时间过程中分子是按照机遇律转换着方向的。其实,关于受激辐射的统计定律(B)和(B')也必须作同样的假设,要不然常数 B_n^m 和 B_m^n 就必然同方向有关,可是我们却可以通过这种各向同性或者准各向同性(通过取时间平均值的方法)的假设来避免这一点。

§ 3. 普朗克辐射定律的推导

现在我们要推算那个有效能量密度 ρ ,它必须使辐射同分子之间的能量交换按照统计律(A),(B)和(B')那样来进行,而又不破坏满足等式(5)的分子状态分布。为此,必要和充分的条件是:在每一个单位时间内,(B)类基元过程的平均发生次数,应用等于(A)和(B')两类的次数之和。根据(5),(A),(B),(B'),这个条件给出了对应于组合指数(m, n)的基元过程的等式:

$$p_n e^{-\frac{\epsilon_n}{kT}} B_n^m \rho = p_m e^{-\frac{\epsilon_m}{kT}} (B_m^n \rho + A_m^n).$$

此外,如果我们允许 ρ 必须随着 T 的无限增大而无限增大,那么,在常数 B_n^m 和 B_m^n 之间必定有下列关系成立:

$$p_n B_n^m = p_m B_m^n. \quad (6)$$

但是,作为动态平衡的条件,我们从上述等式得出:

$$\rho = \frac{\frac{A_m^n}{B_m^n}}{e^{\frac{\epsilon_m - \epsilon_n}{KT}} - 1} \quad (7)$$

这就是以普朗克定律为根据的辐射对温度的相依关系。从维恩位移定律(1),立即得到:

$$\frac{A_m^n}{B_m^n} = \alpha \nu^3 \quad (8)$$

和

$$\epsilon_m - \epsilon_n = h\nu, \quad (9)$$

这里 α 和 h 都是普适常数。为了求得常数 α 的值,必须有一个电动力学过程和力学过程的精确理论;这里我们暂时只需要考虑高温时瑞利的极限情形,对于这种情况,古典理论在极限范围内是有效的。

如所周知,方程(9)构成了玻尔(Bohr)光谱理论的第二个基本规则,这个规则在索末菲(Sommerfeld)和埃普斯坦(Epstein)把它完善化之后,已经可以认为,它是我们科学的稳固的基础。如同我曾经指出过的,它也隐含了光化学当量定律。

§ 4. 辐射场中分子运动的计算方法

现在我们转过来研究分子在辐射的影响下的运动。在这里我们使用这样一种方法,这种方法通过布朗运动的理论已为人们所熟知,并且我已多次用来作关于辐射空间中运动的计算研究。为了简化计算,我们仅仅计算运动只在一个方向(即坐标系的 X 轴方向)上进行的情况。此外,我们还满足于只计算进行着的运动的

动能的平均值,而不去证明速度 v 是按照麦克斯韦定律分布的。设分子的质量 M 足够大,那么 $\frac{v}{c}$ 的较高幂相对于较低的幂可以忽略不计;这样,对于这种分子,我们可以应用普通的力学。还有,我们在计算中不需要对问题的普遍性作实际的限制,似乎带有指数 m 和 n 的状态是分子能够采取的唯一状态。

一个分子的冲量 Mv 在很短的时间 τ 内经历了两种变化。尽管辐射均匀地向一切方向发出,但是,分子由于它自身的运动而受到一个由辐射所引起的同运动方向相反的作用力。这个作用力等于 Rv ,其中 R 是将在以后求出的常数。这个力将迫使分子趋向静止,要不是辐射作用的不规则性,在时间 τ 内给予分子以不断改变着正负号和大小的冲量 Δ ;这种不对称的影响同前面所说的作用力相反,它保持一定的分子运动。在所考查的短时间 τ 的终了,分子的冲量取如下的值:

$$Mv - Rv\tau + \Delta.$$

因为速度分布不应当随时间而变化,因此,上面的量的平均绝对值应当正好等于 Mv 〔的平均绝对值〕;在很长的时间间隔内或者对于大量分子数所取两个值的平方的平均值也应当相等:

$$\overline{(Mv - Rv\tau + \Delta)^2} = \overline{(Mv)^2}.$$

因为我们在计算中特别考虑了 v 对分子冲量的系统影响,我们将忽略平均值 $\overline{v\Delta}$. 因此,通过展开等式的左边部分,我们得到:

$$\overline{\Delta^2} = 2RM \overline{v^2} \tau. \quad (10)$$

温度为 T 的辐射同我们这些分子的相互作用,使分子具有的速度平方的平均值 $\overline{v^2}$, 必须正好等于按照气体分子运动论中的气

体定律温度为 T 时气体分子速度平方的平均值 $\overline{v^2}$. 要不然我们这些分子的存在就会扰乱了温度辐射同任何同样温度的气体之间的热平衡。因此, 必然是

$$\frac{\overline{Mv^2}}{2} = \frac{kT}{2}. \quad (11)$$

因此, 等式(10)可以写成:

$$\frac{\overline{\Delta^2}}{\tau} = 2RkT. \quad (12)$$

今后的研究可以进行如下。利用关于辐射同分子之间相互作用的假设, 对于既定的辐射($\rho(\nu)$), 可以算出 $\overline{\Delta^2}$ 和 R . 假如 ρ 可按照普朗克公式(4)写成 ν 和 T 的函数, 并把所得结果代入(12), 这个等式必定同样成立。

§ 5. 关于 R 的计算

设所考查的一类分子以速度 v 沿着坐标系 K 的 X 轴方向均匀向前运动。让我们求辐射在单位时间内传递给分子的冲量的平均值。为了进行这一计算, 我们必须采用一个相对于所考查的分子是静止的坐标系 K' 来描述辐射。这样, 我们关于发射和吸收的假说就只用于表述静止的分子了。转移到坐标系 K' 的变换在一些文献中已作了多种推算, 特别是在摩森加耳(Mosengeil)的柏林论文中。然而, 为了完整起见, 我将在这里重述一下简单的考查。

在坐标系 K 中, 辐射是各向同性的, 这就是说, 在辐射方向的一个确定的无限小的立体角 $d\kappa$ 内, 在 $d\nu$ 频率范围内的单位体积的辐射是

$$\rho d\nu \frac{d\kappa}{4\pi},$$

这里 ρ 只同频率 ν 有关, 而同方向无关。这里所计算的辐射对应于坐标系 K' 中换算的辐射, 它同样是表示在频率范围 $d\nu'$ 和一定的立体角 $d\kappa'$ 内。这个所要计算的辐射的体积密度是

$$\rho'(\nu', \varphi') d\nu' \frac{d\kappa'}{4\pi}. \quad (13')$$

这样就定义了 ρ' 。它同方向无关, 方向是以普通的方式由它同 X' 轴的夹角 φ' 和它在 $Y'-Z'$ 平面上的投影同 Y' 轴的夹角 ψ' 来定义的。这两个角对应于角 φ 和 ψ , 它以类似的方式确定了 $d\kappa$ 相对于 K 的方向。

首先, 很明显, 对于(13)和(13')之间的变换关系, 应当同相应方向的一个平面波的振幅平方 A^2 和 A'^2 有同样的变换规则。因此, 取我们所要求的近似值, 我们就得到:

$$\frac{\rho'(\nu', \varphi') d\nu' d\kappa'}{\rho(\nu) d\nu d\kappa} = 1 - 2 \frac{v}{c} \cos\varphi, \quad (14)$$

或者

$$\rho'(\nu', \varphi') = \rho(\nu) \frac{d\nu d\kappa}{d\nu' d\kappa'} \left(1 - 2 \frac{v}{c} \cos\varphi \right). \quad (14')$$

还有, 在取我们所要求的近似值时, 相对论给出有效的公式:

$$\nu' = \nu \left(1 - \frac{v}{c} \cos\varphi \right), \quad (15)$$

$$\cos\varphi' = \cos\varphi - \frac{v}{c} + \frac{v}{c} \cos^2\varphi, \quad (16)$$

$$\psi' = \psi. \quad (17)$$

从(15)出发我们得到相应的近似公式

$$\nu = \nu' \left(1 + \frac{v}{c} \cos \varphi' \right).$$

因此,在所要求的同样近似程度上,

$$\rho(\nu) = \rho \left(\nu' + \frac{v}{c} \nu' \cos \varphi' \right),$$

或者

$$\rho(\nu) = \rho(\nu') + \frac{\partial \rho}{\partial \nu}(\nu') \frac{v}{c} \nu' \cos \varphi'. \quad (18)$$

进一步,根据(15),(16)和(17),

$$\frac{d\nu}{d\nu'} = 1 + \frac{v}{c} \cos \varphi',$$

$$\frac{d\kappa}{d\kappa'} = \frac{\sin \varphi \, d\varphi \, d\psi}{\sin \varphi' \, d\varphi' \, d\psi'} = \frac{d(\cos \varphi)}{d(\cos \varphi')} = 1 - 2 \frac{v}{c} \cos \varphi'.$$

由于这两个关系式和(18)式,(14')可转换为:

$$\rho'(\nu', \varphi') = \left[(\rho) \nu' + \frac{v}{c} \nu' \cos \varphi' \left(\frac{\partial \rho}{\partial \nu} \right)_{\nu'} \right] \left(1 - 3 \frac{v}{c} \cos \varphi' \right). \quad (19)$$

利用(19)式和我们关于分子的自发辐射和受激辐射的假说,我们能够很容易计算出单位时间内传递给分子的冲量的平均值。然而,在我们作这个计算之前,我们还必须约略谈一下所用的研究方法的正确性。人们可能反对,因为等式(14),(15),(16)是以那个同量子论不相一致的麦克斯韦的电磁场理论为根据的。可是,这种反对主要是从形式上看问题,并没有看到事物的本质。确实,不管电磁过程理论还可能采取什么形式,多普勒原理和光行差定律在任何情况下都保持不变,因此等式(15),(16)也将保持不变。还有,能量关系(14)的适用范围超过波动理论的适用范围;比如,按照相对论,这个变换规则对于一个以(准)光速相对于无限小的

静止能量密度运动的物体的能量密度也是适用的。因此，等式(19)对于任何一种辐射理论都可以认为是正确的。

根据(B)，在立体角 $d\kappa$ 内的辐射，应当每秒发生

$$B_n^m \rho'(\nu', \varphi') \frac{d\kappa'}{4\pi}$$

次 $Z_n \rightarrow Z_m$ 类型的受激辐射的基元过程，只要分子是在每一次这样的基元过程之后立即又回到状态 Z_n 。可是，实际上每秒钟停留在 Z_n 的时间，按照(5)式，应等于

$$\frac{1}{S} p_n e^{-\frac{\epsilon_n}{kT}},$$

这里，为了简便起见，我们设

$$S = p_n e^{-\frac{\epsilon_n}{kT}} + p_m e^{-\frac{\epsilon_m}{kT}}, \quad (20)$$

因此，实际上这种过程每秒发生的总次数为

$$\frac{1}{S} p_n e^{-\frac{\epsilon_n}{kT}} B_n^m \rho'(\nu', \varphi') \frac{dk'}{4\pi}.$$

在每一次这样的基元过程中，会在正 X 轴方向上传递给原子^①以冲量

$$\frac{\epsilon_m - \epsilon_n}{c} \cos \varphi'.$$

用类似的方法，根据(B)，我们求得，受激辐射每秒钟从 $Z_m \rightarrow Z_n$ 类型的基元过程的相应次数为

^① 原文如此，但从上下文看来，此处“原子”该是“分子”。——编译者

$$\frac{1}{S} p_m e^{-\frac{\epsilon_m}{kT}} B_m^n \rho'(\nu', \varphi') \frac{d\kappa'}{4\pi},$$

而在每一次这样的基元过程中传给分子以冲量

$$-\frac{\epsilon_m - \epsilon_n}{c} \cos \varphi'.$$

因此,考虑到(6)和(9),在每个单位时间内通过受激辐射给予分子的总冲量等于:①

$$\frac{h\nu'}{cS} p_n B_n^m \left(e^{-\frac{\epsilon_m}{kT}} - e^{-\frac{\epsilon_n}{kT}} \right) \int \rho'(\nu', \varphi') \cos \varphi \frac{d\kappa'}{4\pi},$$

这里积分是对于整个立体角进行的。根据(19),通过积分,上式给出如下的值:

$$-\frac{h\nu}{c^2 S} \left(\rho - \frac{1}{3} \nu \frac{\partial \rho}{\partial \nu} \right) p_n B_n^m \left(e^{-\frac{\epsilon_n}{kT}} - e^{-\frac{\epsilon_m}{kT}} \right) \nu.$$

这里,有效频率又是用 ν 来表示(代替 ν')的。

但是,这个表示式描述每个单位时间内传递给一个以速度 ν 运动的分子的整个冲量的平均值。确实,很明显,不是由激发辐射引起的自发辐射的基元过程,从坐标系 K' 来考查,没有哪一个方向是处于优势地位的,因此,当取平均值时,不可能传递给分子以冲量。因此,作为我们考查的最终结果,我们得到:

$$R = \frac{h\nu}{c^2 S} \left(\rho - \frac{1}{3} \nu \frac{\partial \rho}{\partial \nu} \right) p_n B_n^m e^{-\frac{\epsilon_n}{kT}} \left(1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}} \right). \quad (21)$$

§ 6. 关于 $\overline{\Delta^2}$ 的计算

计算基元过程的不规则性对分子的力学行为的影响,那就简

① 下式积分内的 $\cos \varphi$ 似系 $\cos \varphi'$ 之误。——编译者

单得多了。因为,在我们一向所要求的近似程度上,可以假设分子是静止的,并以此作为计算的基础。

假设,某种事件产生了这样一种作用,它传递给分子一个 X 轴方向的冲量 λ . 这个冲量在不同的情况下具有不同的方向和不同的值。然而,对于 λ , λ 的平均值为 0 这样的统计律是有效的。现在,设 $\lambda_1, \lambda_2, \dots$ 是许多互不相关的作用因子给予分子在 X 轴方向的冲量值,那么,传递给分子的总冲量 Δ 是

$$\Delta = \sum \lambda_v.$$

这时,如果对于单个 λ_v , 平均值 $\overline{\lambda_v}$ 为 0, 那么

$$\overline{\Delta^2} = \sum \overline{\lambda_v^2}. \quad (22)$$

如果单个冲量的平均值都个个相等 ($= \overline{\lambda^2}$), 而 l 是单个冲量的总数, 那么, 得到如下的关系式:

$$\overline{\Delta^2} = l \overline{\lambda^2}. \quad (22a)$$

按照我们的假说, 在自发辐射和受激辐射的每一基元过程中, 传递给分子的冲量为

$$\lambda = \frac{h\nu}{c} \cos \varphi.$$

这里, φ 表示 X 轴同按照机遇律选择的一个方向之间的夹角。由此得出:

$$\overline{\lambda^2} = \frac{1}{3} \left(\frac{h\nu}{c} \right)^2. \quad (23)$$

因为, 我们同意, 所有发生的基元过程都应当理解为互不相关的结果, 所以我们应当应用 (22a)。而 l 是在时间 τ 内发生的基元过程的总数。这是时间 τ 内 $Z_n \rightarrow Z_m$ 的受激辐射过程的数目的两

倍。因此

$$l = \frac{2}{S} p_n B_n^m e^{-\frac{\epsilon_n}{kT}} \rho \tau. \quad (24)$$

从(23), (24)和(22)得到

$$\frac{\overline{\Delta^2}}{\tau} = \frac{2}{3S} \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 p_n B_n^m e^{-\frac{\epsilon_n}{kT}} \rho. \quad (25)$$

§ 7. 结 论

现在为了证明, 根据我们关于辐射给予分子冲量的基本假说绝不破坏热力学平衡, 我们只需要在(25)和(21)式代入已求得的 $\frac{\overline{\Delta^2}}{\tau}$ 和 R 的值, 然后把(21)式中的量

$$\left(\rho - \frac{1}{3} \nu \frac{\partial \rho}{\partial \nu}\right) \left(1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}}\right)$$

根据(4)式, 用 $\frac{\rho h\nu}{3kT}$ 来代替。那么, 立刻可以证明, 我们的基本等式

(12)同样成立。——

刚刚结束的讨论, 强有力地支持了 § 2 中所作的关于物质同辐射之间在吸收过程和发射过程以及受激辐射和自发辐射中相互作用的假说。在作这些假说时, 我竭力想用尽可能简单的方法来假设分子的量子论行为, 设想它类似于古典理论中的普朗克谐振子。从关于物质的一般量子论假设, 很容易得出玻尔的第二规则(等式(9)), 以及普朗克的辐射公式。

可是, 在我看来, 最重要的是关于在受激辐射和自发辐射过程中给予分子冲量的结论。倘若我们关于冲量的假设要改变, 那么,

它的后果就是等式(12)的破坏;要不以我们的假设为基础而仍可以同热学理论所要求的关系式相协调,看来那是很少有可能的。因此,我们可以认为以下的讨论是相当可靠地证明了。

如果有一辐射束作用于一个它所碰到的分子,分子通过基元过程吸收或释放(受激辐射)取辐射形态的能量 $h\nu$,那么总有冲量 $\frac{h\nu}{c}$ 传递给分子,并且,在能量吸收过程中取辐射束的传播方向,而在能量释放过程中则取相反的方向。如果分子受到一些不同方向的辐射束的作用,那么总是只有一个辐射束参与受激辐射的基元过程;因此,这个辐射束单独确定了传给分子的冲量的方向。

如果分子在没有外界激发的情况下,损失了一个能量 $h\nu$,因为分子以辐射的形式释放能量(自发辐射),所以这个过程还是一个有方向的过程。取球面波形式的自发辐射是不存在的。在自发辐射的基元过程中,分子得到一个反冲,其量为 $\frac{h\nu}{c}$,而其方向,按照现代的理论观点,又是“偶然地”确定的。

等式(12)所要求的基元过程的这些特性,似乎不可避免地会导致辐射的真正的量子理论的建立。这个理论的弱点,一方面在于它并不使我们同波动理论有更紧密的联系,而另一方面则在于它容许基元过程的时间和方向都是“偶然的事件”;虽然我倾向于完全相信所用方法的可靠性。

然而有必要在这里作一个一般性的评述。几乎所有热辐射理论都有赖于对辐射同分子之间相互作用的考查。不过,一般说来,只要考虑能量交换而不必考虑冲量交换。很容易理解这是正确的,因为辐射所给予的冲量很小,实际上后者在引起运动的其他因

素面前几乎总是退让的。可是,对于理论研究来说,应当把那个小的作用和辐射所引起的明显的能量转移完全同等看待,因为能量和冲量总是最紧密地联系在一起;因此,只有当证明了根据这个理论所得到的辐射传递给物质的冲量所引起的运动,正好是热学理论所要求的那样,这个理论才可以认为是正确的。